

**MODELOS ESTRUCTURALES CENTRO-PERIFERIA
UNA PROPUESTA METODOLÓGICA ALTERNATIVA**

1. INTRODUCCIÓN

Resulta revelador intentar plasmar la idea referida a un conglomerado de agentes que constituyan un núcleo alrededor del cual gire la actividad objeto de estudio. La concepción de una estructura formada por un centro y una periferia, constituye un paradigma clásico y recurrente en muchos campos de la ciencia.

Siguiendo esta línea, los investigadores Stephen Borgatti y Martin Everett desarrollan en 1999 un modelo de análisis estructural estructural basado en la delimitación de un centro formado por un conjunto de actores fuertemente relacionados, esto es, un grupo cohesivo y con alta densidad de interrelaciones. En contraposición, los agentes dispersos y poco conectados de la red delimitan la periferia del sistema.

El enfoque original de los autores es modificado empleando medidas que creemos, aportan un mayor grado de coherencia y exactitud a los objetivos planteados. En este trabajo, sin pérdida de generalidad¹ nos centramos en la estimación y posteriormente en la evaluación, de modelos centro- periferia basados en grafos valorados. Se concluye con una breve síntesis de los resultados obtenidos.

1. MODELO CENTRO-PERIFERIA. PLANTEAMIENTO GENERAL

Siguiendo la línea de desarrollo iniciada por Borgatti y Everett (1999), es posible reconstruir un modelo donde se determine el centro o núcleo de la actividad frente a aquellos nodos que constituyen la periferia de la misma. La delimitación de las zonas de interés se basa en la comparación de una estructura ideal con los datos disponibles de la red, asumiendo que aquellos actores con unas relaciones más intensas serán los que constituyan el núcleo central.

¹ Las técnicas de fiabilidad empleadas resultan extensibles a grafos dicotómicos.

La medida de proximidad entre la estructura real y teórica propuesta por Borgatti y Everett es:

$$\rho = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} \delta_{ij}$$

$$\delta_{ij} = c_i c_j$$

Donde x_{ij} muestra la presencia de relaciones observadas entre los nodos *i-ésimo* y *j-ésimo*, δ_{ij} indica la existencia de interrelaciones entre los actores en la matriz imagen ideal centro-periferia, y c_i es el grado de centralidad del actor *i-ésimo*, tal que $c_i \geq 0$.

La estructura teórica contendrá valores relativamente elevados para aquellos pares de actores que mantengan un alto nivel de centralidad (*coreness*), mientras que valores intermedios corresponderán a aquellos casos en los que sólo uno de los nodos muestra una posición central, por último, los actores pertenecientes a la periferia llevarían aparejados valores de pequeña cuantía.

La estimación de los valores correspondientes al centro (c_i), se efectúa a partir de un proceso de maximización de la correlación entre las estructuras teórica y real. Sin embargo, dicho procedimiento no resulta, en general, correcto dado que la existencia de una alta correlación entre las estructuras, no supone, necesariamente, que ambas sean idénticas, sino sólo que se comportan igual. El coeficiente de correlación mide la fuerza de la relación entre dos variables, y el sentido de la misma, pero no la coincidencia o concordancia del valor de sus observaciones. De hecho, un cambio en las unidades de medida de una de las magnitudes no afectaría a la correlación, aunque sí indudablemente a la concordancia.

En otro orden de cosas, tampoco el método empleado en la resolución del problema de maximización resulta idóneo. El algoritmo iterativo aplicado- propuesto por Fletcher y Powell-, introduce variabilidad en sus resultados según cuál sea el punto de partida considerado, lo cual cuestiona la unicidad y representatividad de la solución ofrecida al existir la posibilidad de presentar como solución un máximo que sólo sea local, y no el global de la función (Everitt, 1987).

La conjunción de una medida de partida potencialmente confusa junto con las limitaciones del procedimiento de resolución aplicado, plantean la necesidad de afrontar una reforma de la metodología en una doble vertiente, estimación de coeficientes y análisis de bondad, cuestiones abordadas en los siguientes epígrafes.

3. PROCESO DE ESTIMACIÓN

Con la finalidad de intentar resolver el primer problema señalado, proponemos emplear medidas derivadas de la teoría de la información con el objetivo de estimar la estructura teórica que presente mínima divergencia con la estructura real objeto de estudio.

Una de las medidas pioneras de la teoría de la información es la denominada entropía de Shannon, la cual junto con otras medidas similares, han sido empleadas como indicadores de la diversidad existente dentro de una población².

La entropía de una distribución puede ser entendida como el desorden existente en la misma, es decir, la incertidumbre asociada a un determinado fenómeno. Dicha incertidumbre puede ser cuantificada a partir de un sistema de probabilidad. Así, si un fenómeno lleva asociado una distribución de probabilidad uniforme, presentará una mayor carga de incertidumbre que cualquier otro.

A partir de la medida de entropía propuesta por Shannon, Kullback y Leibler (1951) introducen una medida de divergencia entre dos distribuciones. Consideremos dos variables aleatorias discretas X e Y cuyas probabilidades asociadas son $\mathbf{P} = \{p_1, \dots, p_n\}$ y $\mathbf{Q} = \{q_1, \dots, q_n\}$, respectivamente. Se define la distancia de Kullback-Leibler como la expresión que sigue:

$$D(\mathbf{P}, \mathbf{Q}) = \sum_{i=1}^n p_i \log \left(\frac{p_i}{q_i} \right)$$

Siguiendo la línea desarrollada por Golan, Judge y Robinson (1994) se plantea la siguiente expresión a partir de la divergencia anterior de Kullback y Leibler, consideradas dos distribuciones de probabilidad conjuntas recogidas en $\mathbf{P} = \{p_{ij}\}$ y $\mathbf{Q} = \{q_{ij}\} \forall i, j = 1, \dots, n$:

² Ver Rao (1982), Good y Smith (1985).

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} \log \frac{p_{ij}}{q_{ij}}$$

Dicha medida permite detectar la divergencia entre dos distribuciones bidimensionales discretas. Además, ofrece una alternativa a la estimación de la matriz teórica (δ_{ij}) que suponga la mínima divergencia con la estructura real objeto de estudio (x_{ij}) .

La especificación del modelo centro *versus* periferia, a partir de la delimitación de un conglomerado de nodos que constituya un núcleo generador de actividad, se inspira en el principio de mínima entropía sujeto a una serie de restricciones:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} \log \frac{p_{ij}}{q_{ij}}$$

$$\text{s.a.} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} = 1$$

$$0 \leq p_{ij} \leq 1$$

$$\sum_{j=1}^n p_{ij} \delta_{.j} = \delta_{.i}$$

Donde p_{ij} y q_{ij} corresponden respectivamente a las proporciones de conexiones teóricas (δ_{ij}) y observadas (x_{ij}) en las estructuras consiguientes recogidas en la Tabla N° 1:

Tabla N° 1. Organigrama de estructuras

RED TEÓRICA			
	1	...	n
1	δ_{11}	...	δ_{1n}
...
n	δ_{n1}	...	δ_{nn}

RED REAL			
	1	...	n
1	x_{11}	...	x_{1n}
...
n	x_{n1}	...	x_{nn}

de tal forma que:

$$p_{ij} = \frac{\delta_{ij}}{\sum_{i=1}^n \delta_{ij}} = \frac{\delta_{ij}}{\delta_{.j}} \quad q_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^n x_{ij}} = \frac{x_{ij}}{x_{.j}}$$

La solución al proceso de minimización planteado se obtiene utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange³, cuya expresión es (Golan, et. al. 1994):

³ Dadas las características del problema, éste ha de ser resuelto numéricamente.

$$p_{ij} = \frac{q_{ij}}{\Omega_j(\lambda_i)} \exp[-\lambda_i \delta_{.j}]$$

Donde

$$\Omega_j(\lambda_i) = \sum_{i=1}^n q_{ij} \exp[-\lambda_i \delta_{.j}]$$

y λ_i representa los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones.

Es interesante destacar algunas de las propiedades del proceso de minimización generado a partir de la entropía cruzada⁴, tales como la unicidad de la solución, que muestran que este procedimiento es potencialmente más adecuado que el algoritmo empleado por Borgatti y Everett el cual no permite garantizar la representatividad de la solución⁵. El método planteado permite además ofrecer estructuras similares en las cuales se conserven tanto los ceros como la intensidad de las variables. Los coeficientes q_{ij} importantes o relativamente elevados son representados por p_{ij} también relativamente considerables en la matriz teórica y, los coeficientes que son nulos o positivos en la matriz observada, seguirán el mismo patrón en la estructura imagen⁶. La posible inclusión además de ecuaciones no lineales, junto con desigualdades supone una ventaja operacional de la que otros métodos menos rápidos y eficientes carecen. Este rasgo permite la inclusión de información adicional derivada de otras fuentes o estudios, en la medida en la que sea posible su definición a partir de apropiadas ecuaciones.

Dado que nuestro interés es la determinación de los índices de centralidad (c_i), para diferenciar los actores centrales de los periféricos, se debe proceder a su estimación a partir de los resultados obtenidos anteriormente (p_{ij}).

Puesto que por construcción $p_{ij} = \frac{\delta_{ij}}{\sum_{i=1}^n \delta_{ij}} = \frac{\delta_{ij}}{\delta_{.j}}$, las conexiones teóricas entre un

par de actores *i-ésimo* y *j-ésimo* se pueden determinar un sistema de ecuaciones como el que sigue:

$$\delta_{ij} = p_{ij} \sigma_{.j}$$

⁴ Se pueden consultar dichas propiedades en Blien (2001).

⁵ Ver Everitt (1987), Cover y Thomas (1991) para una revisión de ambos métodos respectivamente.

⁶ Ver Blien y Graef (1997).

$$\delta_{.j} = \sum_{i=1}^n \delta_{ij}$$

A partir del cual se establecen los índices de centralidad como⁷:

$$\delta_{ij} = c_i c_j \quad \forall i, j = 1, \dots, n$$

$$c_i \geq 0; c_j \geq 0$$

4. ANÁLISIS DE BONDAD

La adaptación de la matriz teórica a la matriz observada, constituye un punto de análisis interesante y posterior a la determinación de los datos necesarios en nuestro modelo. Se presentan, para ello, dos posibles líneas de trabajo con el objetivo de estudiar la fiabilidad del modelo planteado.

La primera mantiene el hilo conductor derivado la teoría de la información. La distancia de Kullback y Leibler sobre las variables bidimensional supone una medida del grado de exactitud entre las estructuras consideradas. La segunda vía de estudio en el análisis del grado de discrepancia ofrece un análisis gráfico complementado con una medida de la concordancia, finalidad última buscada en este planteamiento.

4.1. DIVERGENCIA DISTRIBUTIVA

Una medida de divergencia directa extensamente aplicada por sus adecuadas propiedades es la distancia de Kullback y Leibler (1951), empleada ya en el proceso de estimación.

Dadas dos distribuciones de probabilidad $\mathbf{p} = [p_1 \dots p_n]$ y $\mathbf{q} = [q_1 \dots q_n]$, un indicador de la divergencia entre dos distribuciones de probabilidad puede ser entendido como una medida del error cometido al considerar que la distribución correcta es \mathbf{q} . Su expresión es la que sigue:

$$D(\mathbf{p} | \mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n p_i \log \frac{p_i}{q_i}$$

Muestra, por tanto, la ineficiencia o el error cometido al asumir que la distribución correcta es \mathbf{q} cuando en realidad lo es la distribución desconocida \mathbf{p} .

⁷ Correspondería a un sistema de ecuaciones sobreidentificado.

Medida acotada inferiormente por cero ($D(\mathbf{p} | \mathbf{q}) \geq 0$), alcanzará dicho valor, si y sólo si, $\mathbf{p}=\mathbf{q}$. Y a medida que la divergencia entre las distribuciones sea mayor, dicho indicador crecerá⁸. Además debe considerarse que $D(\mathbf{p} | \mathbf{q}) \neq D(\mathbf{q} | \mathbf{p})$, lo cual resulta un rasgo relevante en la decisión de la matriz sobre la cual se realiza la comparación.

Considérese ahora dos distribuciones de probabilidad bidimensionales $\mathbf{P} = \{p_{ij}\}$ y $\mathbf{Q} = \{q_{ij}\} \forall i = 1, \dots, n; \forall j = 1, \dots, n$, cuyos elementos p_{ij} y q_{ij} , definidos anteriormente, corresponden respectivamente a las proporciones de relaciones teóricas (δ_{ij}) y observadas (x_{ij}).

La distancia de Kullback y Leibler (1951) asociada a estas variables bidimensionales, con comportamiento análogo al anteriormente expresado para una variable unidimensional, ofrece un indicador de la concordancia existente entre la estructura teórica y real:

$$D(\mathbf{p}_{xy} | \mathbf{q}_{xy}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} \log \frac{p_{ij}}{q_{ij}}$$

4.2. EL MÉTODO DE ALTAM-BLAND

El método desarrollado por Altam-Bland (1986) permite visualizar gráficamente el nivel de concordancia existente entre las dos estructuras consideradas.

Sea m_{ij} , ($\forall i = 1, \dots, n; j = 1, 2$) la relación *i-ésima*⁹ especificada en la matriz *j-ésima*, la información disponible podrá ser resumida en una tabla de doble entrada como la expuesta a continuación, donde el tamaño de muestra (n) para cada una de las dos situaciones experimentales- tablas real y teórica- coincide.

⁸ Alcanzará el valor $\log(n)$ en el caso en que una de las distribuciones sea degenerada y la otra presente un reparto uniforme.

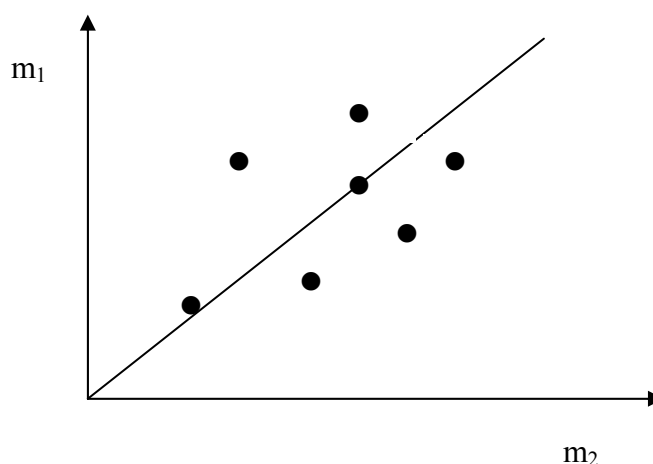
⁹ Sea considerada cada celda de la tabla analizada como una observación *i-ésima*, orden que será mantenido para el estudio de las restantes matrices.

Tabla N° 2

Observaciones	Red	
	Observada	Teórica
1	m_{11}	m_{12}
...
i	m_{i1}	m_{i2}
...
n	m_{n1}	m_{n2}

La representación de la nube de puntos de las observaciones consideradas junto a la bisectriz del primer cuadrante, supone una aproximación inicial e intuitiva al grado de concordancia existente. De forma que, cuanto mayor sea la proporción de datos sobre la línea mencionada, menor será la discrepancia existente entre los resultados estimados y observados.

Gráfico N° 1



Donde m_1 y m_2 representan los datos relacionales de la red observada y teórica respectivamente.

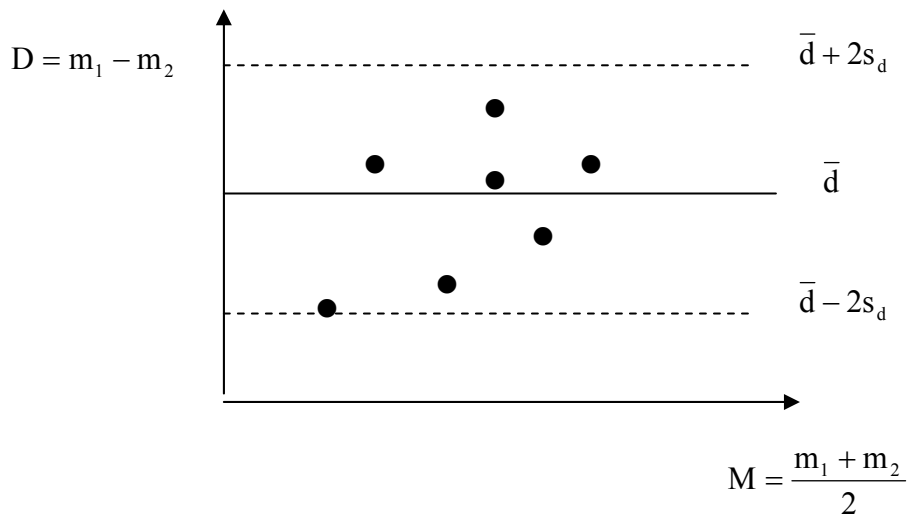
Dado que, previsiblemente, ambas estructuras divergirán en el grado de sus interrelaciones, resulta interesante medir el grado de concordancia alcanzado.

El coeficiente de correlación usualmente empleado con este fin no resulta, como ya se ha comentado, adecuado por lo que la siguiente representación supone una alternativa sencilla que proporciona dos límites aleatorios entre los que con cierta

probabilidad o confianza $(1 - \alpha)$, se halle comprendido el nivel de divergencia existente entre las estructuras analizadas.

Sea D la variable diferencia resultante de la comparación de la estructuras de las dos redes, y M la media de las observaciones respectivas de las mismas. La gráfica de la nube de puntos que representa a las variables media y diferencia se representa en el gráfico N° 2.

Gráfico N° 2



La delimitación de una banda en la cual se sitúen discrepancias pequeñas entre ambas redes se puede generar como $(\bar{d} \pm 2s_d)$. De hecho, si la variable diferencia se distribuyese normalmente, aproximadamente el 95% de las mismas se situarían dentro de los límites establecidos como $(\bar{d} \pm 1,96s_d)$.

Si las divergencias observadas entre las dos estructuras se sitúan dentro de los extremos establecidos, denominados límites de concordancia, no resultarán significativas y se puede considerar las redes como potencialmente intercambiables dada su similitud. En caso de que no haya un error sistemático los puntos se distribuirán de forma aleatoria a uno y otro lado de la recta que represente la diferencia nula¹⁰. Dado que estos límites son estimaciones puntuales aplicadas al conjunto de la población,

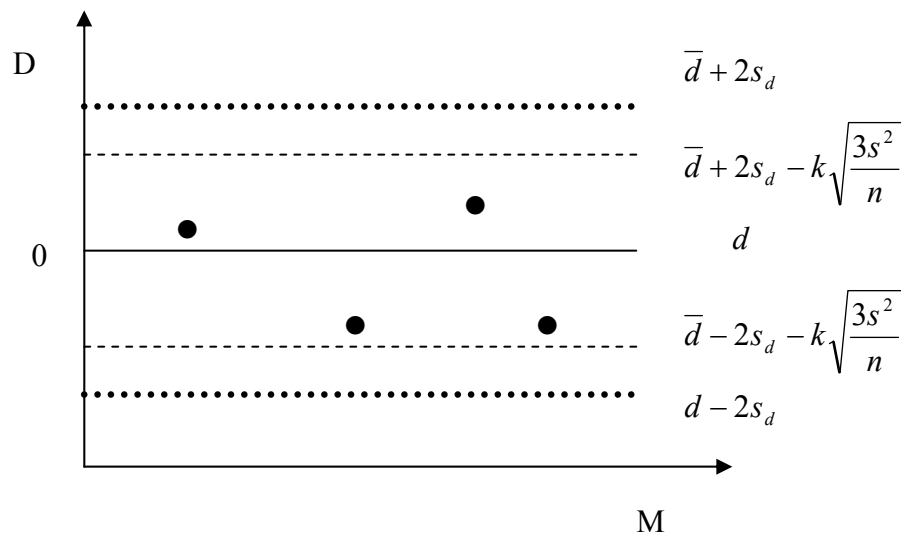
¹⁰ Las relaciones entre ambas variables puede mostrar la existencia de cierto sesgo, en cuyo caso, los datos deben ser sometidos a ciertos tratamientos estadísticos. La aplicación de logaritmos, puede solventar el problema en aquellos casos más sencillos. En caso contrario se requiere la aplicación de una combinación de métodos de regresión que establezcan el intervalo de confianza establecido. Ver Bland y Altam (1999).

deben ser complementadas con sus intervalos de confianza respectivos¹¹, las bandas aleatorias a las cuales pertenecerán los parámetros desconocidos con cierto nivel de confianza $(1 - \alpha)$ bajo el supuesto de normalidad¹²:

$$IC_{\text{lim inferior concordancia}} \left[\bar{d} - 2s_d \pm k\sqrt{\frac{3s_d^2}{n}} \right] \quad IC_{\text{lim superior concordancia}} \left[\bar{d} + 2s_d \pm k\sqrt{\frac{3s_d^2}{n}} \right]$$

La representación gráfica donde se recogen estos límites aparece en el gráfico siguiente, tal que la línea pespunteada gruesa representa la banda de concordancia y sus límites inferiores de confianza son delimitados por pespuntos finos.

Gráfico N° 3



¹¹ La varianza del intervalo de confianza inicial, bajo el supuesto de independencia entre \bar{d} y s_d , responde a:

$$\text{Var}(\bar{d} \pm 1,96s_d) = \text{Var}(\bar{d}) + 1,96^2 \text{Var}(s_d) = \frac{s_d^2}{n} + 1,96^2 \frac{s_d^2}{2(n-1)} = \left(\frac{1}{n} + \frac{1,96^2}{2(n-1)} \right) s_d^2$$

Expresión que puede ser aproximada para tamaños de muestra elevados por:

$$\text{Var}(\bar{d} \pm 1,96s_d) = (2,92) \frac{s_d^2}{n} \cong 3 \frac{s_d^2}{n}$$

¹² Si las variables no cumplen el supuesto de normalidad, y existen fuertes discrepancias entre las redes consideradas, la estimación de los intervalos se debe plantear a partir de métodos no paramétricos. Dada la proporción de diferencias mayores a cierto valor de referencia, o un determinado centil para, por ejemplo el 10%, la banda de confianza se construye aplicando el modelo binomial para la proporción o el error estándar del centil. Aún así estos métodos resultan menos exactos o confiables que aquellos que emplean el supuesto de normalidad (Bland y Altman, 1999).

4.3. ÍNDICE DE CONCORDANCIA LIN (1989)

Cuando los efectos son aleatorios y sólo existen dos factores, el coeficiente de Lin (1989) representa una alternativa medida que ha gozado de una notable aceptación¹³.

Desarrollado a partir del coeficiente de Krippendorff (1970), la concordancia máxima requiere simultáneamente, no sólo una correlación perfecta, si no también precisión y exactitud o acuracidad:

$$\mu_1 = \mu_2; \sigma_1^2 = \sigma_2^2; \rho = +1$$

Estas dos últimas características, son una condición necesaria pero no suficiente para la concordancia en los datos de ambas estructuras. Dadas dos distribuciones idénticas, pero con un orden de las observaciones diferente, la esperanza y varianza de las mismas coincidirá, sin embargo, el grado de concordancia no será perfecto, pudiendo llegar a ser incluso nulo. Se requiere, por tanto, añadir el supuesto de correlación perfecta entre las estructuras ($\rho = 1$) para una delimitación exacta del fenómeno analizado.

Sean (M_{i1}, M_{i2}) con $i=1, \dots, n$, dos muestras i de una población con el siguiente vector de esperanzas y matriz de varianzas-covarianzas:

$$\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

El grado de concordancia entre M_1 y M_2 puede ser planteado en términos de la diferencia cuadrática esperada:

$$E[(M_1 - M_2)^2] = (\mu_1 - \mu_2)^2 + (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12})$$

Dado que el término desarrollado representa la desviación esperada entre los valores, la normalización de la medida entre la discrepancia esperada en el caso de que las variables fuesen incorreladas, permite construir un índice de concordancia acotado entre menos uno y uno de tal forma que:

¹³ La dependencia existente entre las dos tablas consideradas derivadas, limita la aplicabilidad de otros índices de concordancia al uso tales como los coeficientes de correlación intraclase.

$$\rho_c = 1 - \frac{E[(M_1 - M_2)^2]}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + (\mu_1 - \mu_2)^2} = \frac{2\sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + (\mu_1 - \mu_2)^2}$$

$$-1 \leq \rho_c \leq 1$$

O bien en términos del coeficiente de correlación de Pearson (ρ):

$$\rho_c = \frac{2\sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + (\mu_1 - \mu_2)^2} = \frac{2\rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + (\mu_1 - \mu_2)^2}$$

$$-1 \leq \rho_c \leq 1$$

En cualquier caso, valores próximos a la unidad indican concordancia perfecta, mientras que si el valor fuese -1 la disconcordancia entre las variables sería perfecta.

Su estimador toma la expresión¹⁴:

$$\hat{\rho}_c = \frac{2S_{12}}{S_1^2 + S_2^2 + (\bar{m}_1 - \bar{m}_2)^2} = \frac{2rS_1S_2}{S_1^2 + S_2^2 + (\bar{m}_1 - \bar{m}_2)^2}$$

donde $\bar{m}_1, \bar{m}_2, S_1^2, S_2^2, S_{12}, r$ representan respectivamente las medias, varianzas, covarianza y coeficiente de correlación de Pearson de las dos redes consideradas:

$$\bar{m}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_{ij}$$

$$S_j^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (M_{ij} - \bar{m}_j)^2$$

$$S_{12} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (M_{i1} - \bar{m}_1)(M_{i2} - \bar{m}_2)$$

$$r = \frac{S_{12}}{S_1S_2}$$

$$j=1,2$$

El investigador deberá seleccionar entre las medidas presentadas aquella que se ajuste en mayor medida a su objeto de estudio. Si bien, el índice de Lin ofrece una medida resumen del grado alcanzado de concordancia, las medidas de información permiten una diferenciación de este nivel según los agentes económicos considerados manteniendo la base teórica de la teoría de la información empleada en el proceso de estimación.

¹⁴ El estimador planteado seguirá una distribución normal asintótica, bajo el supuesto de una población normal bivalente, la cual puede ser mejorada empleando una transformación de la inversa de la tangente hiperbólica (Lin, 1989).

5. CONCLUSIONES

Los modelos centro-periferia desarrollados por Borgatti y Everett (1999), constituyen una herramienta de análisis de valiosa utilidad, que son capaces de modelizar la idea clásica de la existencia de una estructura constituida por un núcleo activo, formado por un entramado denso y compacto de actores, frente a un conglomerado disperso en sus relaciones y poco conectado.

En este trabajo, el enfoque original de estos autores es modificado empleando medidas y procesos de estimación que creemos, aportan un mayor grado de coherencia y exactitud a los objetivos planteados.

6. BIBLIOGRAFÍA

- Bland, J.M., Altam, D.G. (1986). “Statistical methods for assessing agreement between two methods of clinical measurement”, *Lancet*, **i**, pp.307-310.
- Bland, J.M., Altam, D.G. (1999). “Measuring agreement in method comparison studies”, *Statistical Methods in Medical Research*, N° 8, pp. 135-160.
- Blien, U., Graef, F. (1997): “Entropy optimising methods for the estimation of tables”, *Proceedings of the 21st Annual Conference of the Gesellschaft für Klassifikation e.V.*, University of Potsdam, March 12-14.
- Blien, U., Tassinopoulos, A. (2001): “Forecasting regional employment with the ENTROP method”, *Regional Studies*, Vol. 35, N° 2, pp.113-124.
- Borgatti, S.P., Everett, M.G. (1999). “Models of Core/Periphery Structures”, *Social Networks*, N° 21, pp. 375-395.
- Cover, T., Thomas, J. (1991): *Elements of Information Theory*, Wiley series in telecommunications, United States of America.
- Everitt, B. (1987). *Introduction to optimisation methods and their application in statistics*, Chapman and Hall Ltd, New York.
- Golan A., et. al. (1994). “Recovering information from incomplete or partial multisectoral economic data”, *The Review of Economics and Statistics*, N° 76, pp. 541-549.

- Good, I.J., Smith, E.P. (1985): “ The variance and covariance of a generalized index of similarity especially for a generalization of an index of Hellinger and Bhattacharyya”, *Commun. Stat., Theory-Methods*, Vol.14, pp. 3053-3061.
- Kullback, S., Leibler, A. (1951). “On information and sufficiency”, *Annals of Mathematical Statistics*, N° 22, pp. 79-86.
- Lin, L. Hedayat, A.S., Sinha, B., Yang, M. (2002). “Statistical Methods in Assesing Agreement: Models, Issues, and Tools”, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 97, N° 457, pp. 257-270.
- Lin, L.K. (1989). “A concordance correlation coefficient to evaluate reproducibility”, *Biometrics*, N° 45, pp.255-268.
- Rao, C.R. (1982): “Diversity and dissimilarity coefficients: A unified approach”, *Theoretical Population Biology*, Vol. 25, pp. 24-43.
- Shannon, C.E. (1948): “A mathematical theory of communication”, *Bell Systems Tech Journal*, Vol. 27, pp. 379-423, 623-659.